

CALCULS

☑ On commence par les (), puis les multiplications ou divisions et enfin les additions ou soustractions.

$$\rightarrow 100 - (7 + 2) \times 5 = 100 - 9 \times 5 = 100 - 45 = 55$$

☑ On fait les calculs dans l'**ordre** lorsque l'expression ne comporte que des additions ou soustractions, et que des multiplications ou divisions.

$$\rightarrow 40 - 17 + 20 = 23 + 20 = 43$$

RELATIFS

☑ Ajouter des relatifs de même signe

$$\rightarrow 3 + 4 + 0,6 = 7,6 \quad (-5) + (-2) = -7$$

☑ Ajouter des relatifs de signes contraires :

$$\rightarrow 13 + (-9) = 4 \quad 7 + (-10) = -3$$

☑ Soustraire deux relatifs :

$$\rightarrow 15 - 2 = 13 \quad 12 - (-1) = 12 + 1 = 13$$

☑ Multiplier ou diviser deux relatifs :

$$\rightarrow -6 \times 2 = -12 \quad -4 \times (-5) = 20$$

$$\rightarrow -6 \div 2 = -3 \quad -4 \div (-5) = 0,8$$

$(+) \times (+) = +$
$(-) \times (-) = +$
$(+) \times (-) = -$
$(-) \times (+) = -$

☑ Pour multiplier **plusieurs** nombres relatifs, **on compte le nombre de facteurs négatifs** :

Si ce nombre est **pair**, le produit est **POSITIF**

Si ce nombre est **impair**, le produit est **NEGATIF**

$$\rightarrow -5 \times 2 \times (-1) \times 3 \times (-4) = -120$$

FRACTIONS

☑ Ajouter ou soustraire des fractions

$$\rightarrow \frac{13}{6} - \frac{8}{6} = \frac{13-8}{6} = \frac{5}{6} \quad \frac{2}{27} + \frac{11}{27} - \frac{25}{27} = -\frac{12}{27} = -\frac{4}{9}$$

☑ Avec des dénominateurs différents, on commence par réduire les fractions au même dénominateur.

$$\rightarrow \frac{13}{2} + \frac{7}{3} = \frac{13 \times 3}{2 \times 3} + \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{39}{6} + \frac{14}{6} = \frac{53}{6}$$

☑ Multiplier 2 fractions $\rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{12}{35}$

☑ Diviser par une fraction c'est multiplier par son inverse.

$$\rightarrow \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21} \text{ fraction irréductible !}$$

PROPORTIONNALITE

Pour réaliser une douzaine de crêpes, Camille utilise 3 œufs, 150 g de sucre et 225 g de farine.

Nb de crêpes	œufs	sucres	farine
12	3	150	225
20			

Calculer les ingrédients pour 20 crêpes.

$$\frac{20 \times 3}{12} = 5 \quad \frac{20 \times 150}{12} = 250 \quad \frac{20 \times 225}{12} = 375$$

POURCENTAGES

☑ Appliquer un pourcentage

75 % des 24 élèves d'une classe ont un téléphone.

signifie que sur 100 élèves, 75 ont un téléphone !

$$\rightarrow \frac{75}{100} \times 24 = 18 \text{ Donc 18 élèves ont un téléphone.}$$

☑ Augmenter - Diminuer

Un bijoux affiché 79 € est soldé à - 20 %

$$\rightarrow \text{Montant de la remise : } \frac{20}{100} \times 79 = 15,8$$

$$\rightarrow \text{Prix soldé : } 79 - 15,8 = 63,2 \text{ €}$$

☑ Calculer un pourcentage

Dans un collège de 600 élèves, 126 sont en 3^{ème}.

signifie que 126 élèves sur 600 sont en 3^{ème}.

$$\rightarrow \frac{126}{600} \times 100 = 21 \text{ Donc 21 \% des élèves sont en 3^{ème}.}$$

STATISTIQUES

Voici les 10 pointures des filles d'une classe :

36 ; 37 ; 37 ; 37 ; 37 ; 38 ; 38 ; 39 ; 39 ; 39

☑ La **moyenne** simple est donnée par :

$$M = \frac{36 + 37 + 37 \dots + 39}{10} = \frac{377}{10} = 37,7$$

☑ La **moyenne pondérée** est donnée par :

$$M = \frac{36 \times 1 + 37 \times 4 + 38 \times 2 + 39 \times 3}{13} = \frac{377}{10} = 37,7$$

☑ La **fréquence** des filles qui chaussent du 37 est :

$$f = \frac{4}{10} = 0,25 \text{ soit 25\% des filles.}$$

PUISSANCES

☑ Exemples : $5^2 = 5 \times 5$; $7^3 = 7 \times 7 \times 7$

☑ Pour multiplier 2 puissances d'un même nombre, on ajoute les exposants et pour diviser 2 puissances d'un même nombre, on soustrait les exposants.

$$\rightarrow 4^3 \times 4^6 = 4^{3+6} = 4^9 \quad \frac{7^5}{7^3} = 7^{5-3} = 7^2$$

☑ **Notation scientifique** : un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule, suivi d'une puissance de 10 qui multiplie ce nombre.

$$\rightarrow 2015 = 2,015 \times 10^3$$

CALCUL LITTÉRAL

☑ Développer et réduire

$$k(a+b) = k \times a + k \times b$$

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$E = 5(2x+3)$$

$$E = 5 \times 2x + 5 \times 3$$

$$E = 10x + 15$$

$$F = (x+6)(x+2)$$

$$F = x \times x + x \times 2 + 6 \times x + 6 \times 2$$

$$F = x^2 + 2x + 6x + 12$$

$$F = x^2 + 8x + 12$$

☑ Résoudre des équations

$$\frac{x}{7} = \frac{30}{105}$$

$$x = \frac{7 \times 30}{105} = \frac{210}{105} = 2$$

$$S = \{2\}$$

$$3x - 5 = 7$$

$$3x - 5 + 5 = 7 + 5$$

$$3x = 12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

$$S = \{4\}$$

☑ Valeur d'une expression

\rightarrow Compléter un tableau :

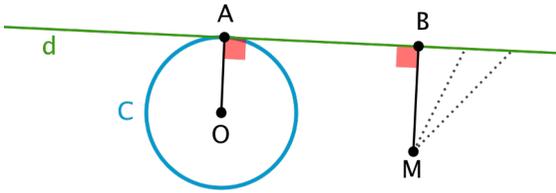
x	4x	x ³	12 - 3x
7	4 x 7 = 28	7 ³ = 343	12 - 3 x 7 = -9

\rightarrow Calculer avec une formule :

Le volume d'un cylindre de rayon 3 cm et de hauteur 5 cm est donné par : $V = \pi \times r^2 \times h$

$$V = \pi \times 3^2 \times 5 = \pi \times 9 \times 5 = 45\pi \approx 141 \text{ cm}^3 \text{ à } 1 \text{ cm}^3 \text{ près}$$

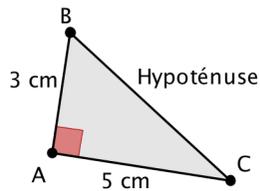
DISTANCE ET TANGENTE



- ☑ La distance du point M à la droite d est la **plus** petite longueur possible entre le point M et un point quelconque de la droite d.
- ☑ (d) est tangente au cercle C si (d) a un unique point commun avec ce cercle.
- (d) est alors perpendiculaire au rayon [OA].

PROPRIETE DE PYTHAGORE

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.



ABC est rectangle en A donc d'après la propriété de Pythagore,

$$\text{on a } BC^2 = AB^2 + AC^2 = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{d'où } BC = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm (à 1 mm près)}$$

RECIPROQUE DE LA PROP. DE PYTHAGORE

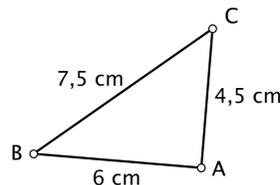
→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.

D'une part $BC^2 = 7,5^2 = 56,25$

D'autre part $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$

On constate que $AB^2 + AC^2 = BC^2$, donc d'après la réciproque de la propriété de Pythagore, ABC est rectangle en A.

Si l'égalité n'est pas vérifiée, on conclut directement que le triangle n'est pas rectangle.



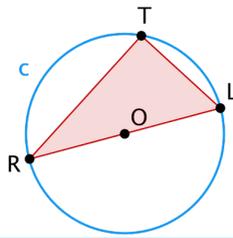
ESPACE

$$V_{\text{Prisme}} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur} \quad V_{\text{Cylindre}} = \pi \times r^2 \times \text{Hauteur}$$

$$V_{\text{Pyramide}} = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}}{3} \quad V_{\text{Cône}} = \frac{\pi \times r^2 \times \text{Hauteur}}{3}$$

TRIANGLE INSCRIT

→ Permet de prouver qu'un triangle est rectangle.



Le triangle RTL est inscrit dans le cercle de diamètre [RL], donc il est rectangle en T.

PROPRIETE DE THALES

→ Permet de calculer une longueur.

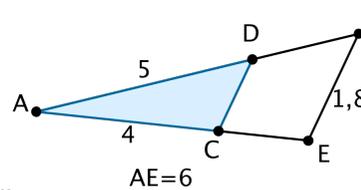
Les points A, C, E et A, D, F sont alignés, de plus les droites (CD) et (EF) sont parallèles, donc d'après la propriété de Thalès

$$\text{on a } \frac{AC}{AE} = \frac{AD}{AF} = \frac{CD}{EF}$$

$$\text{soit } \frac{4}{6} = \frac{5}{AF} = \frac{CD}{1,8}$$

$$\text{d'où } AF = \frac{6 \times 5}{4} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{et } CD = \frac{4 \times 1,8}{6} = \frac{7,2}{6} = 1,2 \text{ cm}$$



GRANDEURS COMPOSEES

→ Savoir calculer une vitesse :

Emilie parcourt 50 km en 2 heures avec son scooter.

$$\text{Sa vitesse moyenne est de } v = \frac{d}{t} = \frac{50}{2} = 25 \text{ km/h}$$

→ Savoir convertir une vitesse en m/s

$$v = 25 \text{ km/h} = \frac{25 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{25 \ 000 \text{ m}}{3 \ 600 \text{ s}} \approx 7 \text{ m/s}$$

→ C'est quoi un débit ?

Un robinet a un débit de $0,5 \text{ m}^3/\text{h}$ cela signifie que le robinet laisse couler $0,5 \text{ m}^3$ d'eau en 1 heure.

→ C'est quoi une densité ?

La densité de population de la Réunion est de 336 habitants/ km^2 cela signifie que sur une superficie de 1 km^2 , se trouve en moyenne 336 habitants.

COSINUS

Dans 1 triangle rectangle, pour un angle aigu $\hat{\alpha}$ donné :

$$\text{On a } \cos \hat{\alpha} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{\alpha}}{\text{Hypoténuse}}$$

→ Permet de calculer une longueur dans un triangle rectangle.

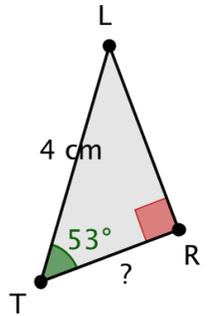
Dans le triangle rectangle RTL,

$$\text{on a } \cos \widehat{RTL} = \frac{TR}{TL}$$

$$\text{soit } \cos 53^\circ = \frac{TR}{4}$$

d'où $TR = 4 \times \cos 53$ (valeur exacte de TR)

et $TR \approx 2,4 \text{ cm}$ (valeur approchée au mm près)

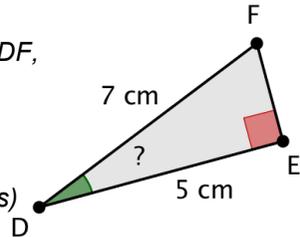


→ Permet de calculer un angle dans un triangle rectangle.

Dans le triangle rectangle EDF,

$$\text{on a } \cos \widehat{EDF} = \frac{DE}{DF} = \frac{5}{7}$$

d'où $\widehat{EDF} \approx 44^\circ$ (à 1° près)



CONVERSIONS

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3 \ 600 \text{ s}$$

$$1 \text{ km} = 1 \ 000 \text{ m}$$

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \ 000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1 \ 000 \text{ l}$$

Combien de litres d'eau pour remplir une piscine rectangulaire de 5 m par 4 m et de profondeur 1,5 m ?

$$V_{\text{piscine}} = 5 \times 4 \times 1,5 = 30 \text{ m}^3$$

Comme $1 \text{ m}^3 = 1 \ 000 \text{ l}$, il faut donc 30 000 litres.

Ce mémento regroupe l'essentiel du programme de maths de 4^{ème} Année 2015
Collège de TERRE-SAINTE © Pascal DORR

Pour réviser : www.maths974.fr